

## 2024 秋季初二数学每日一题打卡 016

016 试题来源：2022 秋泰州兴化市校级月考

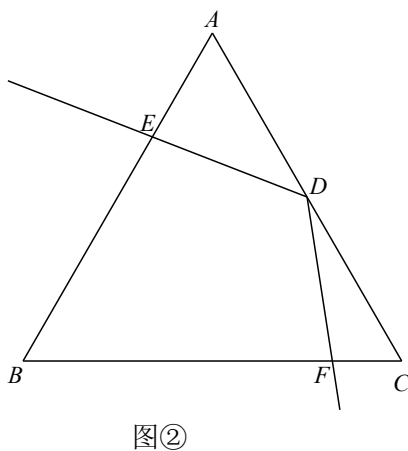
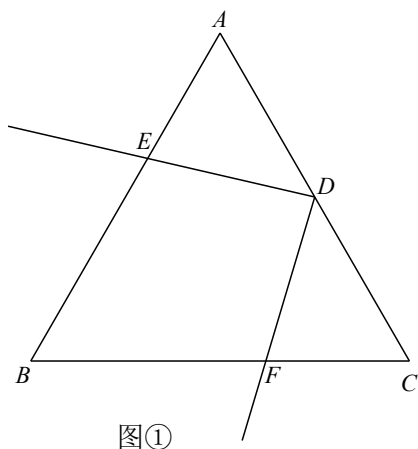
已知： $\triangle ABC$  是等边三角形，点  $D$  是  $AC$  的中点，设  $\angle EDF = \alpha (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$ ，把  $\angle EDF$  绕点  $D$  旋转，与边  $AB$ 、 $CB$  交于点  $E$ 、 $F$ 。

(1) 如图①，若  $BE = BF$ ，求证： $DE = DF$ ；

(2) 如图②，当  $\alpha = 120^\circ$  时，

①  $\angle EDF$  绕点  $D$  旋转时，求证： $DE = DF$ ；

②  $\angle EDF$  绕点  $D$  旋转过程中，试探索  $BE$ 、 $BF$ 、 $AC$  之间的数量关系并说明理由。



## 试题解析

已知： $\triangle ABC$  是等边三角形，点  $D$  是  $AC$  的中点，设  $\angle EDF = \alpha (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$ ，把  $\angle EDF$  绕点  $D$  旋转，与边  $AB$ 、 $CB$  交于点  $E$ 、 $F$ 。

(1) 如图①，若  $BE = BF$ ，求证： $DE = DF$ ；

(2) 如图②，当  $\alpha = 120^\circ$  时，

①  $\angle EDF$  绕点  $D$  旋转时，求证： $DE = DF$ ；

②  $\angle EDF$  绕点  $D$  旋转过程中，试探索  $BE$ 、 $BF$ 、 $AC$  之间的数量关系并说明理由。

**【解答】**(1) 证明：如图①，连接  $BD$ ，

$\because \triangle ABC$  是等边三角形， $D$  是  $AC$  的中点， $\therefore \angle EBD = \angle FBD$ ，

在  $\triangle BED$  和  $\triangle BFD$  中， $\begin{cases} BE = BF \\ \angle EBD = \angle FBD \\ BD = BD \end{cases}$ ， $\therefore \triangle BED \cong \triangle BFD (SAS)$ ， $\therefore DE = DF$ ；

(2) ① 证明：如图②，过点  $D$  作  $\angle EDG = \angle FDC$ ，

$\because \angle EDF = 120^\circ$ ， $\therefore \angle ADE + \angle FDC = 180^\circ - \angle EDF = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ADG = \angle ADE + \angle EDG = 60^\circ$ ，

$\because \triangle ABC$  是等边三角形， $E$  是  $AC$  的中点， $\therefore \angle A = \angle C = 60^\circ$ ， $AD = CD$ ，

$\therefore \triangle AGD$  是等边三角形， $\therefore GD = AD = CD$ ， $\angle EGD = \angle FCD = 60^\circ$ ，

在  $\triangle EDG$  和  $\triangle FDC$  中， $\begin{cases} \angle EGD = \angle FCD \\ GD = CD \\ \angle EDG = \angle FDC \end{cases}$ ， $\therefore \triangle EDG \cong \triangle FDC (ASA)$ ， $\therefore DE = DF$ ；

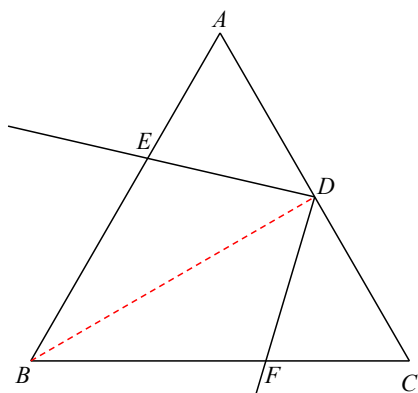
② 解： $\because \triangle ABC$  是等边三角形， $\therefore AB = BC = AC$ ，

由①可得  $\triangle AGD$  是等边三角形， $\triangle EDG \cong \triangle FDC$ ， $\therefore AG = BG = AD = \frac{1}{2}AC$ ， $GE = CF$ ，

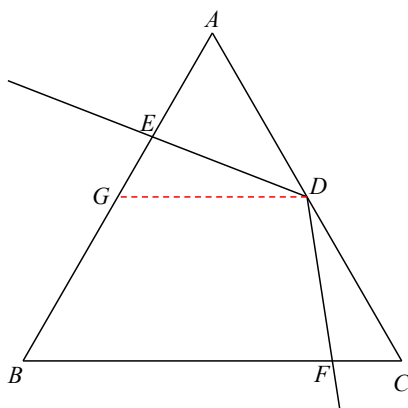
$\therefore BE + BF = BG + EG + BF = BG + BF + CF = BG + BC$ ，

$\because BG = \frac{1}{2}AB$ ， $AB = BC = AC$ ， $\therefore BE + BF = BG + BC = \frac{1}{2}AC + AC = \frac{3}{2}AC$ ，

$\therefore BE$ 、 $BF$ 、 $AC$  之间的数量关系为  $BE + BF = \frac{3}{2}AC$ 。



图①



图②